

①

گزینه درست: ۰

سوال ۱

$$(g \circ f)^{-1}(7) = (f^{-1} \circ g^{-1})(7) = f^{-1}(2) = 3$$

②

گزینه درست: ۰

سوال ۲

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -1 \mid \sqrt{x+1} \in \mathbb{R} - \{1\}\}$$

$$\sqrt{x+1} \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$$

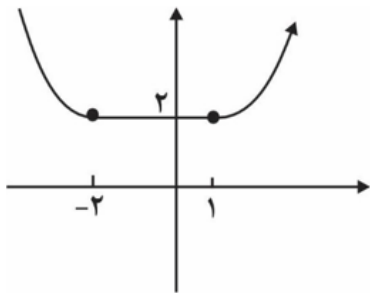
$$D_{f \circ g} = [-1, 0) \cup (0, +\infty) \quad \text{یا} \quad [-1, +\infty) - \{0\}$$

③

گزینه درست: ۰

سوال ۳

$$(-2, 1) \quad (0/5)$$



④

گزینه درست: null

سوال ۴

$$f(x) = (x-1)^2 + 2, D: x \geq 1, y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow (x-1)^2 = (y-2) \Rightarrow x-1 = \sqrt{y-2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{y-2} + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$$

⑤

گزینه درست: null

سوال ۵

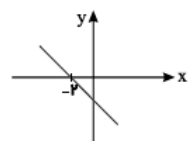
$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 1)f(x)} \Rightarrow (x^2 - 1)f(x) \geq 0$$

چون f روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی و $f(-2) = 0$ است، داریم:

$$x < -2 \Rightarrow f(x) > f(-2) \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow \text{برای } x < -2 \text{ تابع } f \text{ مثبت است.}$$

$$x > -2 \Rightarrow f(x) < f(-2) \Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow \text{برای } x > -2 \text{ تابع } f \text{ منفی است.}$$

نمودار f تقریباً به صورت مقابل است.



$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1	-2	1
$x^2 - 1$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$
$(x^2 - 1)f(x)$	$+$	0	$-$

$$\Rightarrow x \leq -1 \quad \text{یا} \quad -2 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g = (-\infty, -1] \cup [-2, 1]$$

۶

گزینه درست: null

سوال ۶

$$y = x^3 \xrightarrow[\text{واحد بالا}]{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = (-x)^3 = -x^3 \xrightarrow[\text{واحد چپ}]{2} y = -(x+2)^3$$

$$\xrightarrow[\text{واحد بالا}]{5} y = f(x) = -(x+2)^3 + 5 \Rightarrow (x+2)^3 = 5 - y$$

$$\Rightarrow x+2 = \sqrt[3]{5-y} \Rightarrow x+2 = -\sqrt[3]{y-5} \Rightarrow x = -2 - \sqrt[3]{y-5}$$

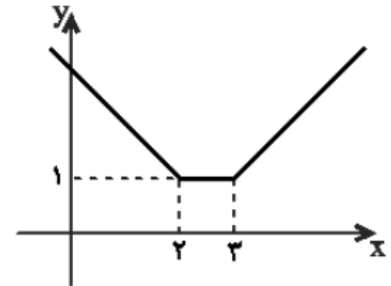
$$\Rightarrow y = f^{-1}(x) = -2 - \sqrt[3]{x-5}$$

۷

گزینه درست: null

سوال ۷

نمودار تابع $f(x) = |x-2| + |x-3|$ به صورت زیر است.



ملاحظه می‌شود که این تابع به ازای $x > 3$ اکیداً صعودی است که در این صورت عبارت‌های داخل هر دو قدر مطلق مثبت هستند. بنابراین:

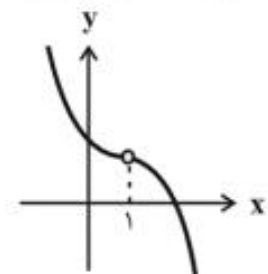
$$x > 3 : f(x) = (x-2) + (x-3) = 2x-5$$

حال باید بررسی کنیم معادله $\underbrace{2x^2-x-10}_{g(x)} = \underbrace{2x-5}_{f(x)}$ چند جواب در $x > 3$ دارد.

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = (2x-5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 < 3 \\ x = \frac{5}{2} < 3 \end{cases}$$

پس دو نمودار نقطه مشترکی ندارد.

۸



گزینه درست: null

سوال ۸

تابع f روی $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ اکیداً نزولی است.

$$f(x+1) \leq f(2x-3) \Rightarrow x+1 \geq 2x-3 \Rightarrow x \leq 4 \quad (1)$$

همچنین مقدار و ورودی تابع f نباید برابر ۱ باشد پس داریم:

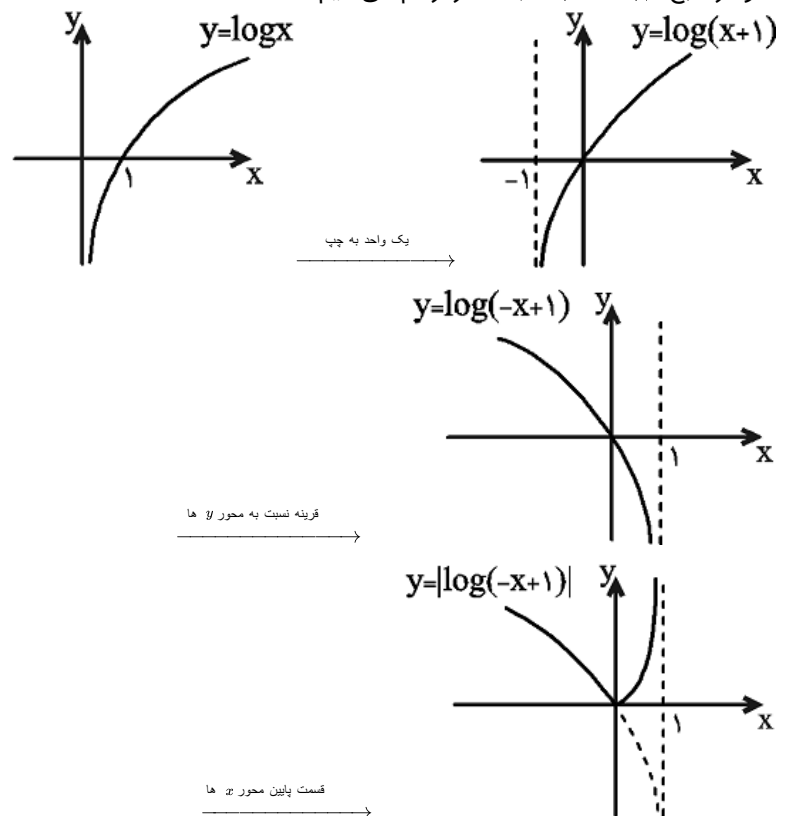
$$(x+1) \in \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow x \neq 0 \quad (2)$$

$$(2x-3) \in \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow x \neq 2 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} \text{مجموعه جواب نامعادله} = (-\infty, 4] - \{0, 2\}$$

این بازه سه عدد طبیعی ۱، ۳ و ۴ را شامل می‌شود.

نمودار تابع $y = |\log(-x+1)|$ را رسم می‌کنیم:

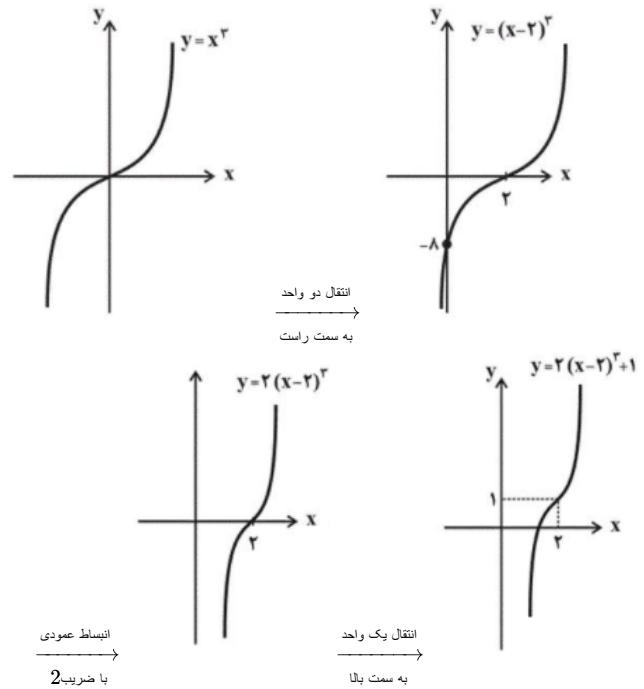


با توجه به نمودار، تابع در بازه‌ی $[-\infty, 0]$ اکیداً نزولی است.

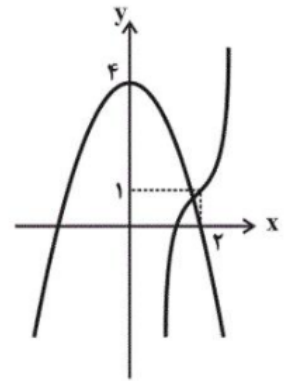
برای رسم نمودار تابع $y = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 15$ ، ابتدا ضابطه آن را ساده‌تر نوشته و سپس به کمک نمودار $y = x^3$ آن را رسم می‌کنیم:

$$y = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 15 = 2(x^3 - 6x^2 + 12x) - 15$$

$$= 2((x-2)^3 + 8) - 15 = 2(x-2)^3 + 1$$



حال با رسم این تابع و همچنین تابع $y = 4 - x^2$ در یک دستگاه مختصات داریم.



دو نمودار یکدیگر را در ناحیه اول قطع می‌کنند.

①

سوال ۱ گزینه درست: ۵

d

②

سوال ۲ گزینه درست: ۵

must be obeyed

③

سوال ۳ گزینه درست: ۵

گزینه «4»

④

سوال ۴ گزینه درست: ۵

گزینه «1»

⑤

سوال ۵ گزینه درست: ۵

were caught

⑥

سوال ۶ گزینه درست: ۵

Billy Graham said “A child who is allowed to be disrespectful to his parents will not have true respect for anyone.”

⑦

سوال ۷ گزینه درست: ۵

Children imagine their parents have everything the world has to offer, and that they are there to serve their wish.

⑧

سوال ۸ گزینه درست: ۵

To be kind to others and to be aware of the stresses of being an adult.

⑨

سوال ۹ گزینه درست: ۵

the love you will give to your parents.

⑩

سوال ۱۰ گزینه درست: ۵

guests